

Base de données

Chapitre 2 : L'algèbre relationnelle

Joel Cavat

2021

Introduction

- Objectifs
 - Base théorique formelle pour l'expression des requêtes
 - Langage SQL et style déclaratif inspiré de l'algèbre relationnelle

Algèbre relationnelle

Langage fournissant un ensemble formel d'opérateurs permettant d'extraire des informations des relations.

Les opérateurs sont unaires ou binaires. Ils prennent une ou deux relations et retournent une nouvelle relation. Le résultat **ne comportent pas de doublons**.

- Opérateurs unaires:
 - Sélection
 - Produit
- Opérateurs binaires:
 - Produit cartésien
 - Jointures
 - Différence
 - Division
 - Union
 - Intersection

Introduction

Pour ce chapitre, nous allons utiliser un schéma de base de données simplifié représentant les emprunts de livres d'une bibliothèque. Un emprunt correspond à une personne et un livre.

Schémas relationnels:

```
Personne(id_personne, prenom, nom, email, date_naissance, localite)
Livre(id_livre, titre, id_theme
      id_theme  $\subseteq$  Theme.id_theme
Theme(id_theme, intitule)
Emprunt(id_personne, id_livre, date_emprunt, date_retour, date_echeance)
      id_personne  $\subseteq$  Personne.id_personne
      id_livre  $\subseteq$  Livre.id_livre
      date_retour OPTIONNEL
```

La sélection (σ)

La **sélection** est une opération unaire permettant d'appliquer un filtre sur une relation. (clause SQL: WHERE)

Syntaxe : $\sigma_{condition}(Relation)$

La sélection (σ)

Exemple : Liste des personnes habitant la localité “Lausanne”

Requête : $\sigma_{localite=Lausanne}(Personne)$

Personne

id_personne	prenom	nom	email	date_naissance	localite
23	Aurélia	Racloz	a.racloz@gmail.cn	01.05.1999	Bulle
18	Stéphane	Ischi	st.ischi@tartempion.net	03.10.1980	Lausanne
14	Danielle	Zuffret	zuffret@commerce.cm	02.03.1971	Penthalaz
16	Naïm	Daiz	naim.daiz@gmail.cn	05.05.1993	Lausanne
29	Jérôme	Doutaz	jerome@doutaz.ch	01.12.2001	Genève

$\sigma_{localite=Lausanne}(Personne)$

id_personne	prenom	nom	email	date_naissance	localite
18	Stéphane	Ischi	st.ischi@tartempion.net	03.10.1980	Lausanne
16	Naïm	Daiz	naim.daiz@gmail.cn	05.05.1993	Lausanne

Quiz

Exercice : Liste des emprunts en cours qui ont du retard

Requête :

La projection (π)

La **projection** d'une relation permet de conserver un sous-ensemble de ses attributs. Les **doublons sont supprimés** du résultat. (clause SQL: SELECT DISTINCT)

Syntaxe : $\pi_{\{attribut1, attribut2, \dots\}}(Relation)$

La projection (π)

Exemple : Liste de toutes les personnes en ne gardant que leur prénom, nom et email

Requête : $\pi_{\{nom, prenom, email\}}(Personne)$

$\pi_{\{nom, prenom, email\}}(Personne)$

prenom	nom	email
Aurélia	Racloz	a.racloz@gnail.cn
Stéphane	Ischi	st.ischi@tartempion.net
Danielle	Zuffret	zuffret@commerce.cm
Naïm	Daiz	naim.daiz@gnail.cn
Jérôme	Doutaz	jerome@doutaz.ch

Exemple de composition d'une projection et d'une composition

Exemple : Liste des emails des personnes habitant à Lausanne

Requête : $\pi_{\{email\}}(\sigma_{localite=Lausanne}(Personne))$

$\pi_{\{email\}}(\sigma_{localite=Lausanne}(Personne))$

email
st.ischi@tartempion.net
naim.daiz@gmail.cn

Exemple de composition d'une projection et d'une composition

Requête : $\pi_{\{email\}}(\sigma_{localite=Lausanne}(Personne))$

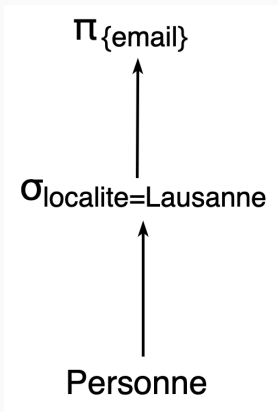


Figure 1: Arbre d'expression algébrique

Produit cartésien (\times)

Le **produit cartésien** produit une nouvelle relation composée de toutes les combinaisons possibles des tuples des deux relations.

Exemple : Produit cartésien des relations Livre et Theme

Requête : *Livre* \times *Theme*

Produit cartésien (\times)

Livre

id_livre	titre	id_theme
2-X-4	Les Acqueducs	1
5-X-1	Python pour les nuls	2
7-X-3	Base de données avancée	2

Theme

id_theme	intitule
1	Architecture
2	Informatique
3	Mathématique

Livre \times Theme

id_livre	titre	Livre.id_theme	Theme.id_theme	intitule
2-X-4	Les Acqueducs	1	1	Architecture
5-X-1	Python pour les nuls	2	1	Architecture
7-X-3	Base de données avancée	2	1	Architecture
2-X-4	Les Acqueducs	1	2	Informatique
5-X-1	Python pour les nuls	2	2	Informatique
7-X-3	Base de données avancée	2	2	Informatique
2-X-4	Les Acqueducs	1	3	Mathématique
5-X-1	Python pour les nuls	2	3	Mathématique
7-X-3	Base de données avancée	2	3	Mathématique

Produit cartésien (\times)

Le produit cartésien n'a pas d'intérêt en tant que tel. Par contre, il fournit une opération intermédiaire pour joindre les enregistrements de deux relations.

Exemple : Lister les livres (nom du livre et nom du thème) avec leur thème associé

Requête :

$\pi_{\{titre, intitule\}}(\sigma_{Theme.id_theme=Livre.id_theme}(Livre \times Theme))$

La jointure (\bowtie)

Jointure

La **jointure** permet de produire une relation dont les lignes sont composées en joignant les lignes des deux relations en entrée qui possèdent une correspondance commune (même valeurs d'attributs).

Syntaxe : $R1 \bowtie_{condition} R2$

Exemple : Lister les livres (nom du livre et nom du thème) avec leur thème associé

Requête :

$\pi_{\{titre, intitule\}}(Theme \bowtie_{Theme.id_theme=Livre.id_theme} Livre)$

La jointure (\bowtie)

$Livre \bowtie_{Livre.id_theme = Theme.id_theme} Theme$

id_livre	titre	Livre.id_theme	Theme.id_theme	intitule
2-X-4	Les Acqueducs	1	1	Architecture
5-X-1	Python pour les nuls	2	2	Informatique
7-X-3	Base de données avancée	2	2	Informatique

$\pi_{\{titre, intitule\}}(Livre \bowtie_{Livre.id_theme = Theme.id_theme} Theme)$

titre	intitule
Les Acqueducs	Architecture
Python pour les nuls	Informatique
Base de données avancée	Informatique

La jointure (\bowtie)

Requête :

$\pi_{\{titre, intitule\}}(Theme \bowtie_{Theme.id_theme=Livre.id_theme} Livre)$

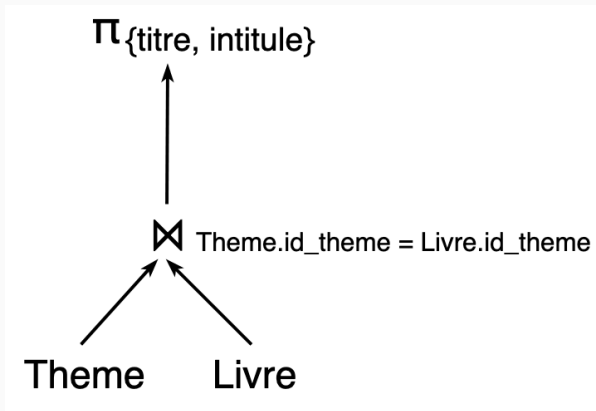


Figure 2: Arbre d'expression algébrique

Les jointures externes ($\bowtie\sqsubset$, $\bowtie\supset$, $\bowtie\sqcap$)

Une jointure externe permet d'ajouter les lignes d'une relation qui n'a pas de correspondance dans l'autre table.

Il existe trois sortes de jointures externes :

- jointure droite, notée $R_1 \bowtie\sqsubset R_2$
- jointure gauche, notée $R_1 \bowtie\supset R_2$
- jointure pleine, notée $R_1 \bowtie\sqcap R_2$

Les jointures externes (\bowtie , $\bowtie\sqsubset$, $\bowtie\sqsupset$)

Exemple : Lister les livres (nom du livre et nom du thème) avec leur thème associé en faisant ressortir les thèmes qui n'ont pas de livres associés

Requête :

$\pi_{\{titre, intitule\}}(Livres \bowtie\sqsubset_{Livres.id_theme = Theme.id_theme} Theme)$

$\pi_{\{titre, intitule\}}(Livres \bowtie\sqsupset_{Livres.id_theme = Theme.id_theme} Theme)$

titre	intitule
Les Acqueducs	Architecture
Python pour les nuls	Informatique
Base de données avancée	Informatique
NULL	Mathématique

Exemple de composition d'une requête

Exemple : Lister tous les emprunts (nom, prénom, titre du livre et intitulé) des personnes habitant Lausanne qui ont emprunté des livres sur le thème "Informatique"

Exemple de composition d'une requête

Requête (avec renommage)

$T \leftarrow \text{Theme}$

$L \leftarrow \text{Livre}$

$E \leftarrow \text{Emprunt}$

$P \leftarrow \text{Personne}$

$R \leftarrow (T \bowtie_{T.id_Theme=L.id_Theme} L \bowtie_{L.id_Livre=E.id_livre} E \bowtie_{E.id_personne=P.id_personne} P)$

$\pi_{\{nom,prenom,titre,intitule\}}(\sigma_{intitule=Informatique \wedge localite=Lausanne}(R))$

Exemple de composition d'une requête

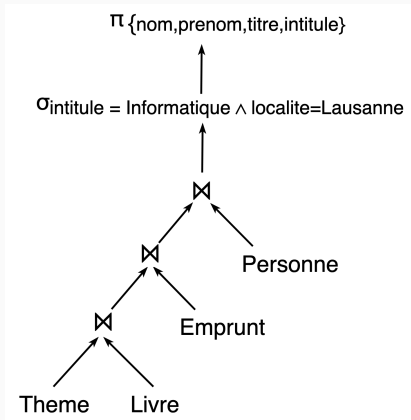


Figure 3: Arbre “non optimisé”

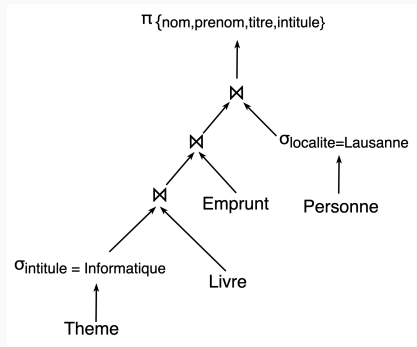


Figure 4: Arbre “optimisé”

Opérations ensemblistes

Les **opérations ensemblistes** sont des opérations binaires qui s'effectuent sur des relations possédant les mêmes attributs.

- L'union, notée \cup
 - **Exemple:** Le nom des clients et des employés
 - **Requête:** $\pi_{\{nom\}}(Client) \cup \pi_{\{nom\}}(Employe)$
- L'intersection, notée \cap
 - **Exemple:** Le nom des clients qui sont également employés
 - **Requête:** $\pi_{\{nom\}}(Client) \cap \pi_{\{nom\}}(Employe)$
- La différence, notée $-$
 - Exprime généralement une négation
 - **Exemple:** Les personnes (nom, prénom) qui n'ont jamais emprunté de livre
 - **Requête:**
 $\pi_{\{nom, prenom\}}(Personne) - \pi_{\{nom, prenom\}}(Emprunt \bowtie Personne)$

La division (/)

Le résultat de la **division** de deux relations notée R_1/R_2 est composée des tuples de R_1 qui sont associés à **tous** les éléments de R_2 . Le schéma de la relation R_2 **doit obligatoirement être composée** d'un sous-ensemble d'attributs du schéma de la relation R_1 .

Exemple: Les personnes (nom, prénom) qui ont emprunté tous les livres

Requête:

$$R \leftarrow \text{Personne} \bowtie_{\text{Personne.id_personne}=\text{Emprunt.id_personne}} \text{Emprunt}$$
$$\pi\{\text{nom}, \text{prenom}, \text{id_livre}\}(R) / \pi\{\text{id_livre}\}(\text{Livre})$$

La division (/)

$\pi_{\{nom, prenom, id_livre\}}(Personne \bowtie_{Personne.id_personne = Emprunt.id_personne} Emprunt)$

nom	prenom	id_livre
Aurélia	Racloz	2-X-4
Stéphane	Ischi	2-X-4
Stéphane	Ischi	5-X-1
Naïm	Daiz	7-X-3
Jérôme	Doutaz	5-X-1
Aurélia	Racloz	7-X-3
Jérôme	Doutaz	2-X-4
Naïm	Daiz	2-X-4
Naïm	Daiz	5-X-1
Jérôme	Doutaz	7-X-3

$\pi_{\{id_livre\}}(Livre)$

id_livre
2-X-4
5-X-1
7-X-3

$\pi_{\{nom, prenom, id_livre\}}(Personne \bowtie Emprunt) / \pi_{\{id_livre\}}(Livre)$

nom	prenom
Naïm	Daiz
Jérôme	Doutaz

Quiz

- Les livres qui ont été empruntés par tout le monde
- Les livres qui ont été empruntés par toute les personnes dont le nom de famille commence par la lettre “D”
- Les livres qui n’ont jamais été empruntés